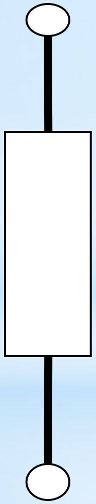
Dwójniki bierne

Dwójniki nie zawierające źródeł prądu i napięcia

$$T(p) = \frac{U(t)}{I(t)} = Z(p)$$

impedancja elementu



R

$$U(t) = I(t) * R$$

$$Z(p) = R$$

rzeczywista impedancja

Dla prądu simusoidalnego

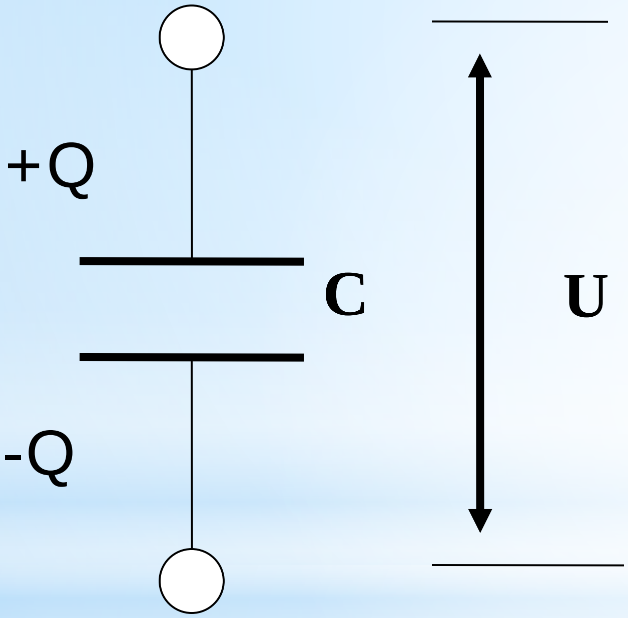
$$I(t) = I_0 e^{pt}$$

$$U(t) = U_0 e^{pt}$$

$$R = \frac{U_0}{I_0}$$

$$p = j * \omega$$

Dwójniki bierne



$$C = \frac{Q}{U}$$

$$I(T) = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dU}{dt}$$

$$U(t) = \frac{1}{C}\int_0^t I(t')dt'$$

Dla prądu simusoidalnego

$$I(t) = I_0 e^{pt}$$

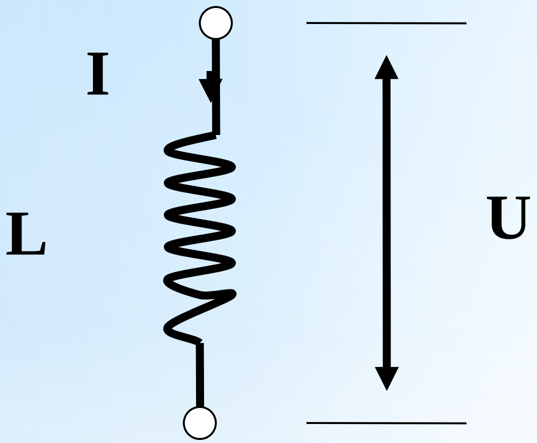
$$U(t) = \frac{I_0}{pC} e^{pt}$$

$$Z(p) = \frac{U(t)}{I(t)} = \frac{1}{pC}$$

$$p = j * \omega$$

Dwójniki bierne

$$U(t) = L\frac{dI}{dt}$$



Dla prądu simusoidalnego

$$I(t) = I_0 e^{pt}$$

$$U(t) = pLI_0 e^{pt}$$

$$p = j * \omega$$

$$Z(p) = \frac{U(t)}{I(t)} = pL$$

Dwójniki bierne

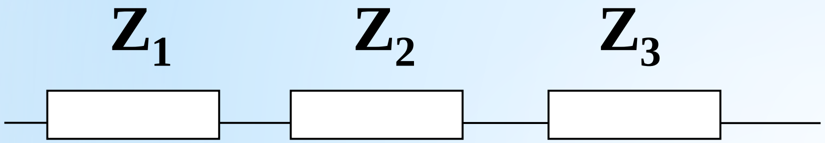
$$Z = R$$ - opornik

$$Z = i\omega L$$ - cewka indukcyjna

$$Z = \frac{1}{i\omega C}$$ - kondensator

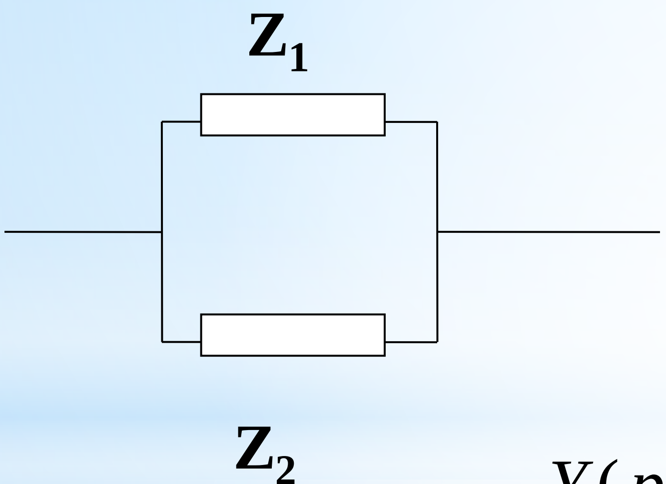
Łączenie dwójników

szeregowe



$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3$$

równoległe



$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

$$Y(p) = \frac{1}{Z(p)} \qquad Y = Y_1 + Y_2$$

Y(p) - admitancja

Możemy opis odpowiedzi dwójników na wymuszenie sinusoudalne opisywać za pomocą liczb zespolonych

$$I_0 \cos(\omega t + \phi_I) \rightarrow I = I_0 e^{j\phi_I}$$

$$U = ZI \qquad U = U_0 e^{j\phi_U}$$

I

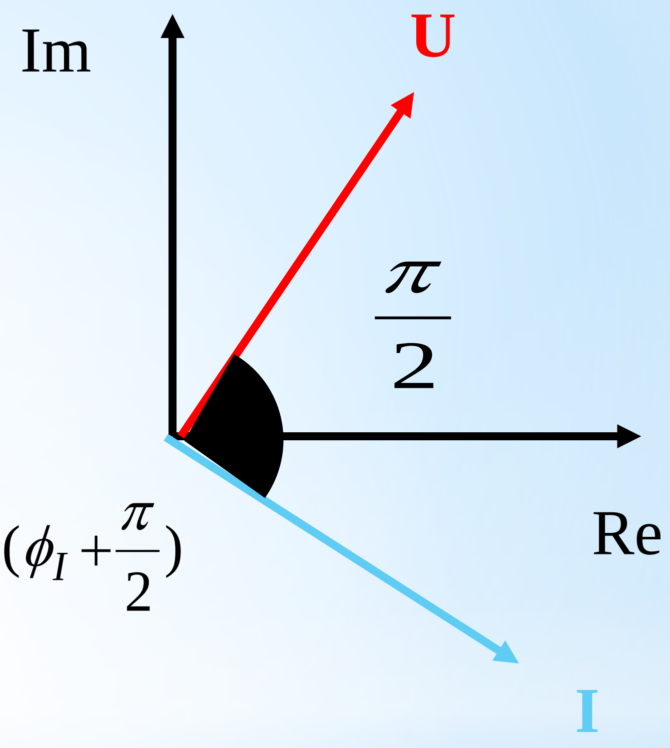
Aby otrzymać rzeczywistą funkcję opisującą napięcie należy:

$$U = U_0 e^{j\phi_U} \qquad /* e^{j\omega t}$$

$$/\,\mathrm{Re}(\quad)$$

Dla cewki indukcyjnej:

$$Z = j\omega L = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}}$$



$$U = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}} I_0 e^{j\phi_I} = \omega L I_0 e^{j(\phi_I + \frac{\pi}{2})}$$

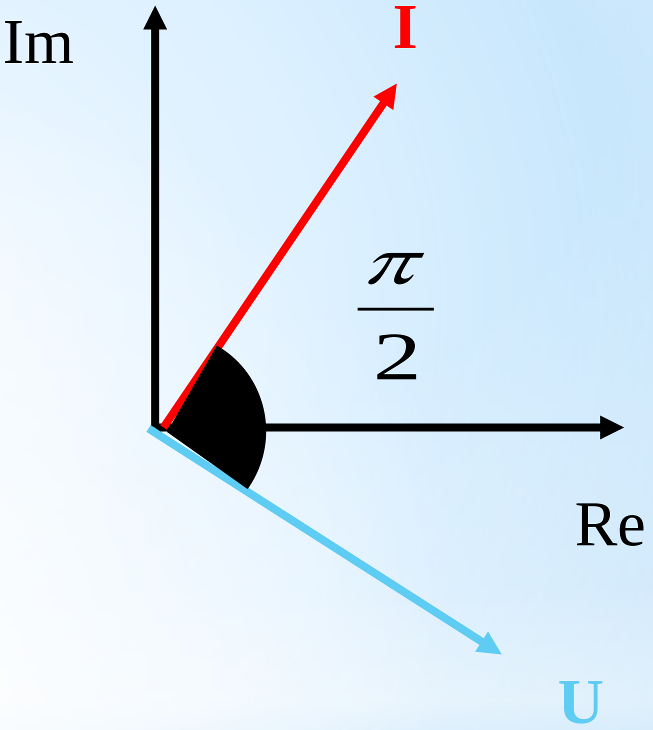
$$\phi_U = \phi_I + \frac{\pi}{2}$$

Dla kondensatora:

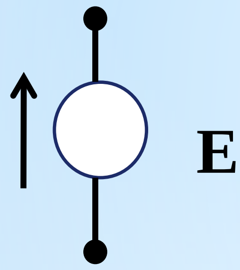
$$Z = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$U = \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}} I_0 e^{j\phi_I} = \frac{1}{\omega C} I_0 e^{j(\phi_I - \frac{\pi}{2})}$$

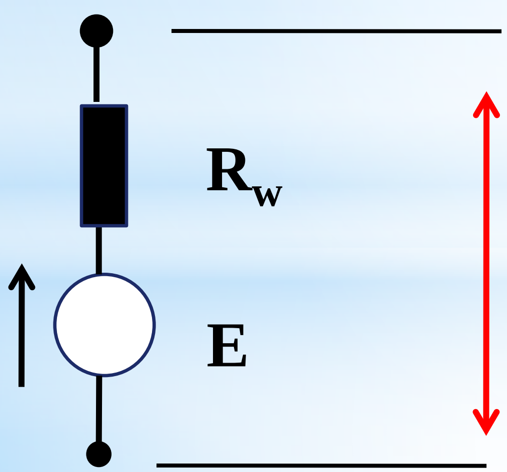
$$\phi_U = \phi_I - \frac{\pi}{2}$$



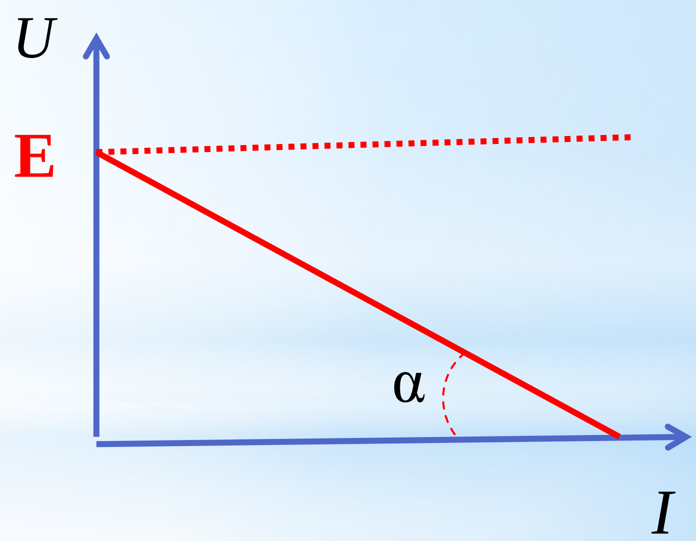
Dwójniki czynne



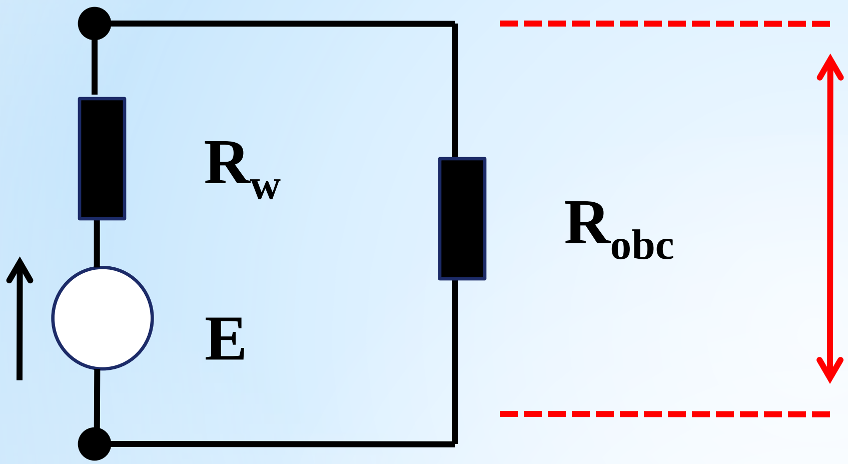
idealne źródło napięcia – napięcie nie zależy od pobieranego pradu



$$U = E - R_w I$$

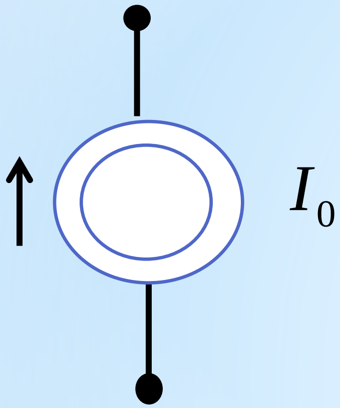


$$tg\alpha = R_w$$



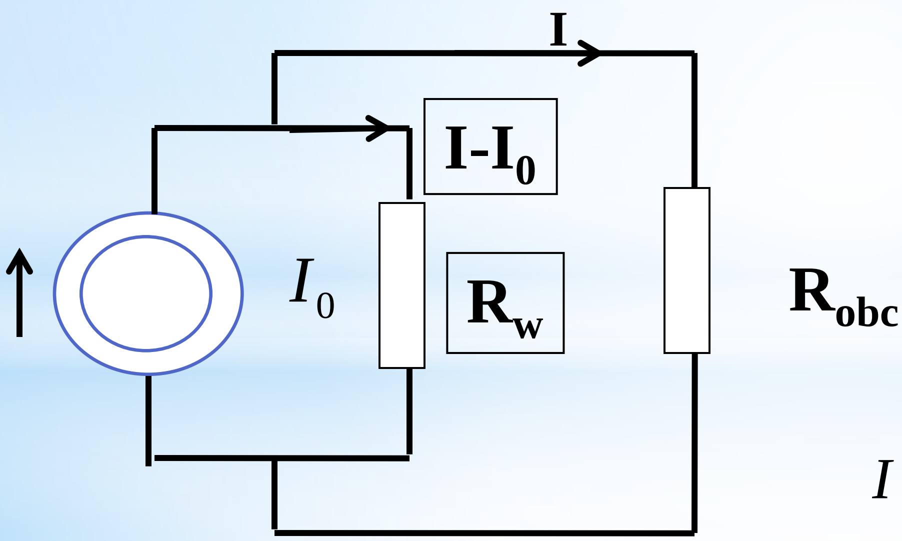
$$E_{ef} = E\frac{R_{obc}}{R_w + R_{obc}} \approx E \quad , R_{obc} >> R_w$$

Rzeczywiste źródło napięcia jest źródłem „idealnym” gdy opór obciążenia jest dużo większy od oporu wewnętrznego źródła



Idealne źródło prądu, natężenie prądu nie zależy od napięcia na jego zaciskach

$$R_w = \infty$$

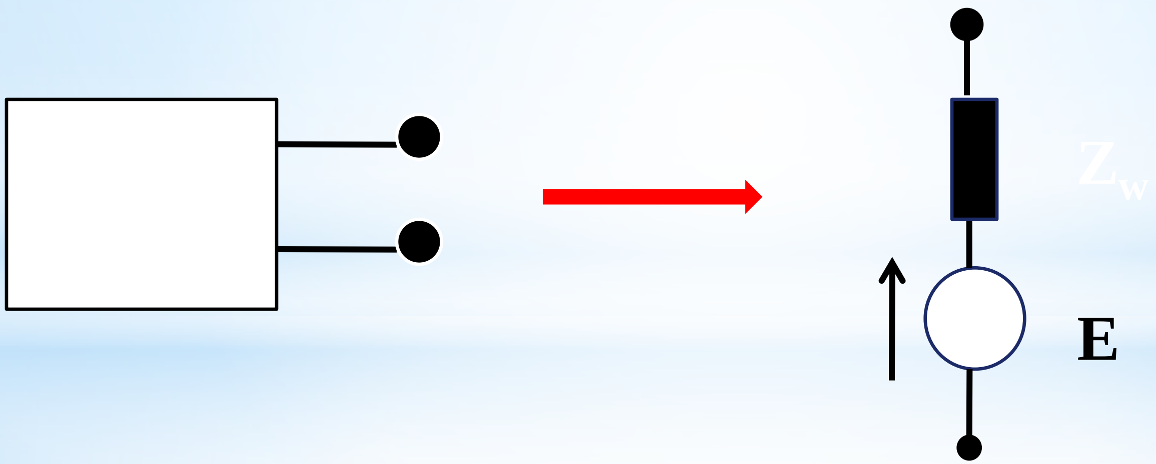


$$IR_{obc} = (I_0 - I)R_w$$

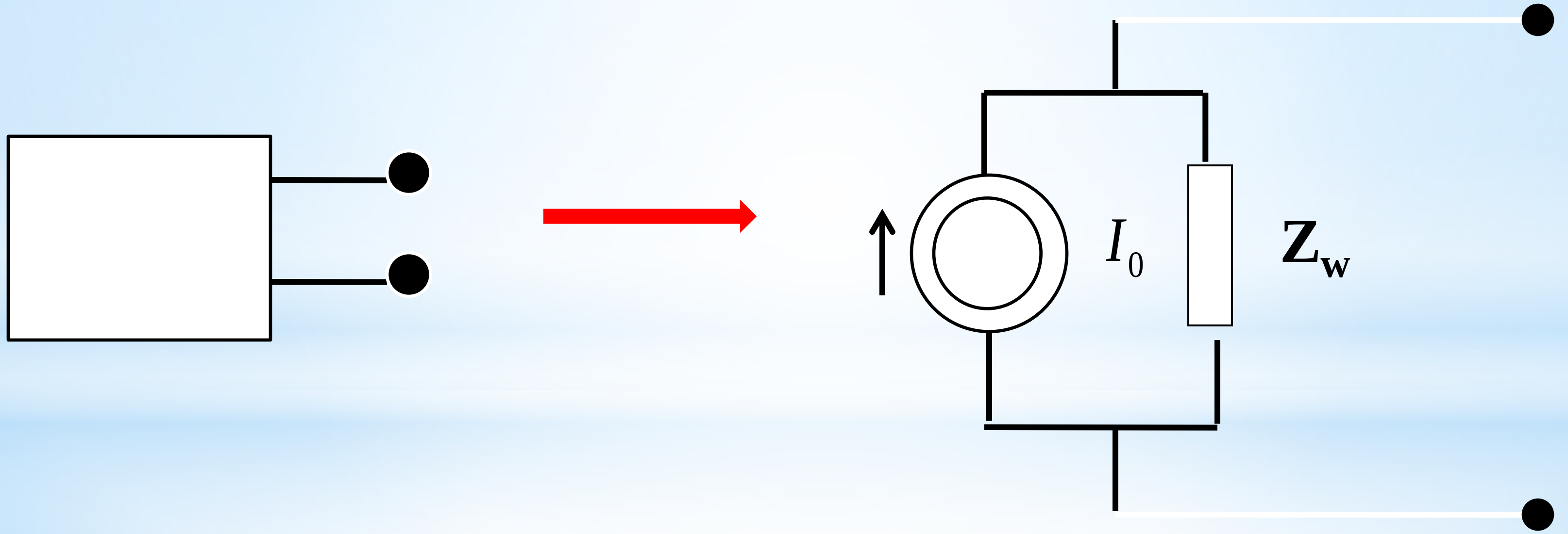
$$I = I_0 \frac{R_w}{R_w + R_{obc}} \approx I_0 \quad , R_w >> R_{obc}$$

Metody obliczania obwodów liniowych

Twierdzenie Thevenina:
Każdy układ liniowy można zastąpić równoważnym układem składającym się ze źródła napięcia połączonego szeregowo z impedancją $\mathbf{R_w}$



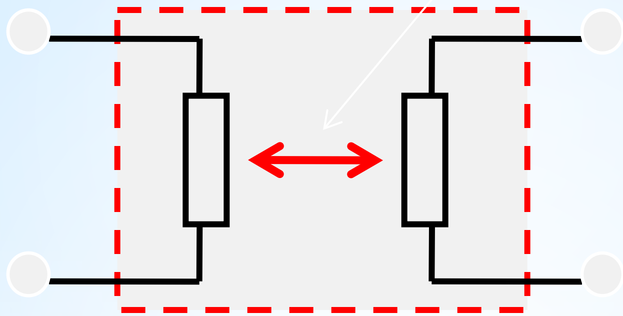
Twierdzenie Nortona:
Każdy układ liniowy można zastąpić równoważnym układem składajacym się ze źródła pradu i równolegle podłączonej impedancji



Czwórniki bierne

oddziaływanie

wymuszenie
wejście
input



odpowiedź
wyjście
output

Możemy taki układ rozpatrywać jako układ złożony z dwóch dwójników, gdzie dwójnik wejściowy może oddziaływać na dwójnik wyjściowy

$$T(p) = \frac{odpowiedź}{wymuszenie}$$

- funkcja odpowiedzi

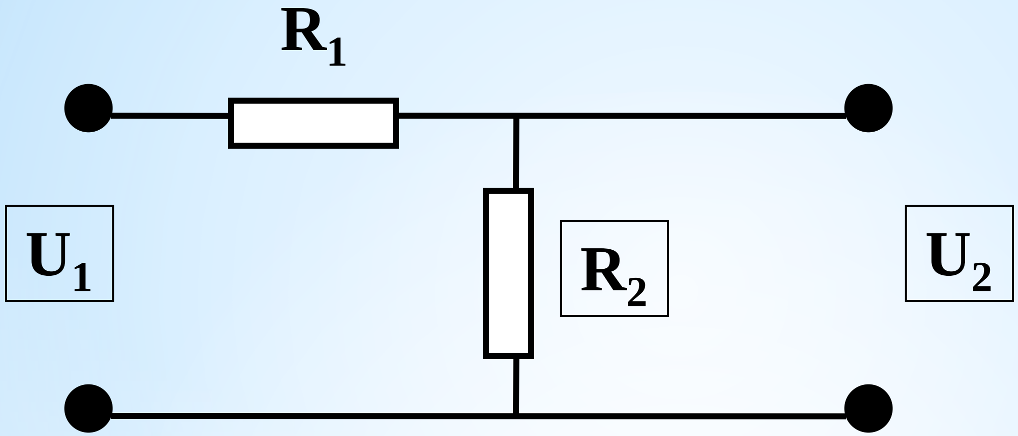
Wymuszenie:

$$U_{IN}(t) = Ae^{pt} \quad , \quad p = j\omega$$

Można pokazać, że dla czwórkia liniowego i stacjonarnego odpowiedź jest postaci:

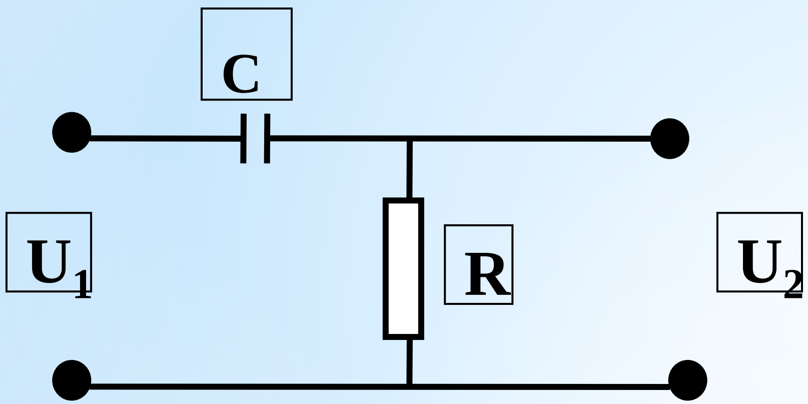
$$U_{OUT}(t) = T(j\omega)Ae^{pt}$$

Czwórnik R-R



$$U_2 = U_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \qquad U_2 = U_1 T(j\omega)$$

Czwórnik R-C



Układ różniczkujący,
Filtr górnoprzepustowy

$$T(j\omega)=\frac{U_2}{U_1}=\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}=\frac{R}{\frac{1}{j\omega C}+R}=\frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}\frac{1-j\omega RC}{1-j\omega RC}=$$

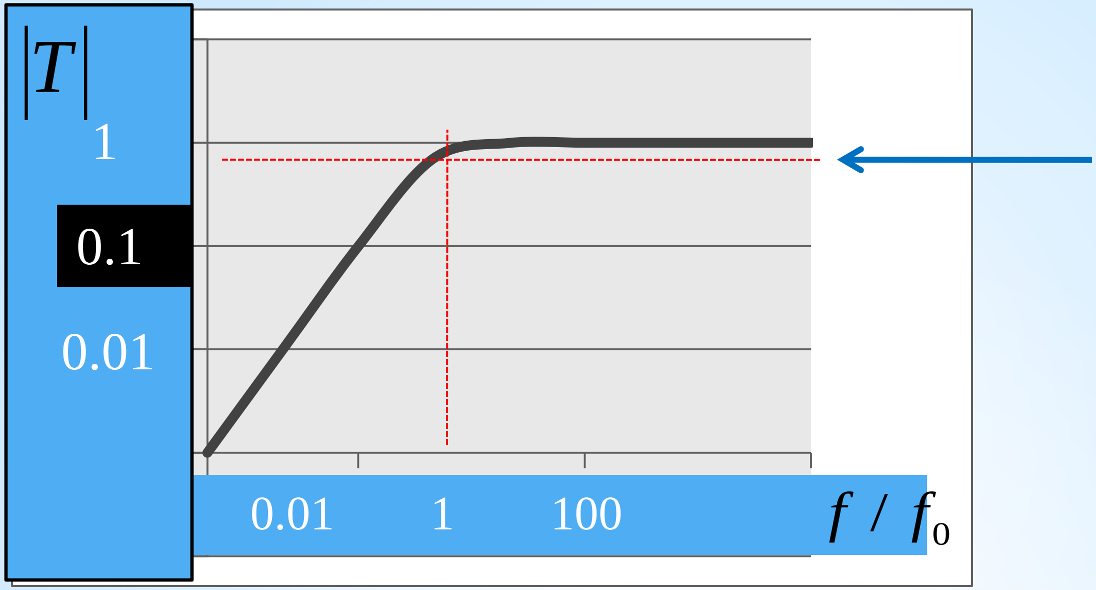
$$=\frac{\omega^2R^2C^2+j\omega RC}{1+\omega^2R^2C^2}$$

$t_0 = RC$ - stała czasowa [RC] = sek

$$\omega RC = 2\pi f t_0 = \frac{f}{f_0} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi t_0}$$

$$T(\omega) = \left|T(\omega)\right| e^{j\theta}$$

$$\left|T\right|^2 = \frac{\left(\frac{f}{f_0}\right)^4 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}{\left(1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right)^2} = \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{f_0}{f}\right)^2}$$



0.707

$$|T(f)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_0}{f}\right)^2}}$$

$$|T(f_0)| = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

Często funkcję przenoszenia podajemy w decybelach, dB

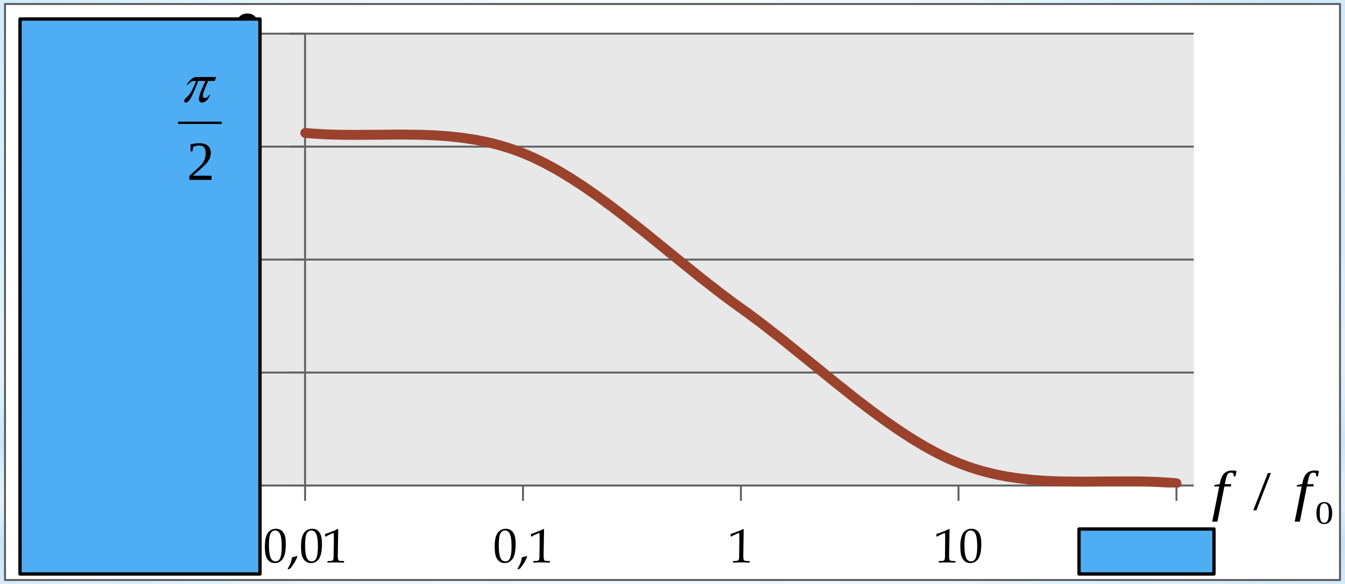
$$1dB = 20\log\frac{U_2}{U_1}$$

Dla f=f$_0$ tłumienie 3 dB

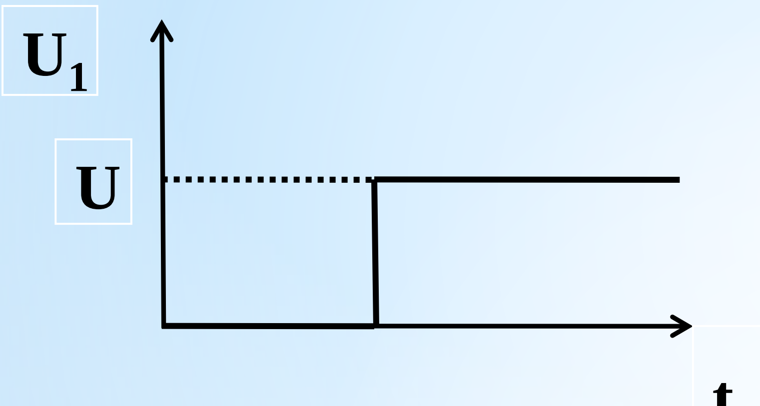
$$\theta(f) = arctg\left(\frac{f_0}{f}\right)$$

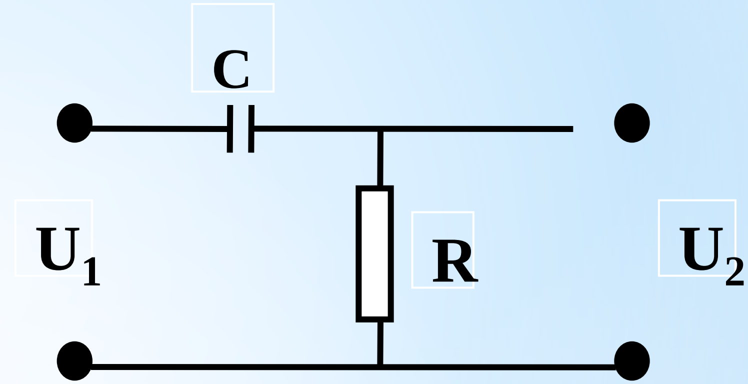
$$f \to 0\,, dla\,\theta \to \frac{\pi}{2}$$

$$f \to \infty\,, dla\,\theta \to 0$$



Przechodzenie impulsów prostokątnych
przez układ różniczkujący





$$U_1 = \frac{Q}{C} + U_2 \quad / \frac{d}{dt}$$

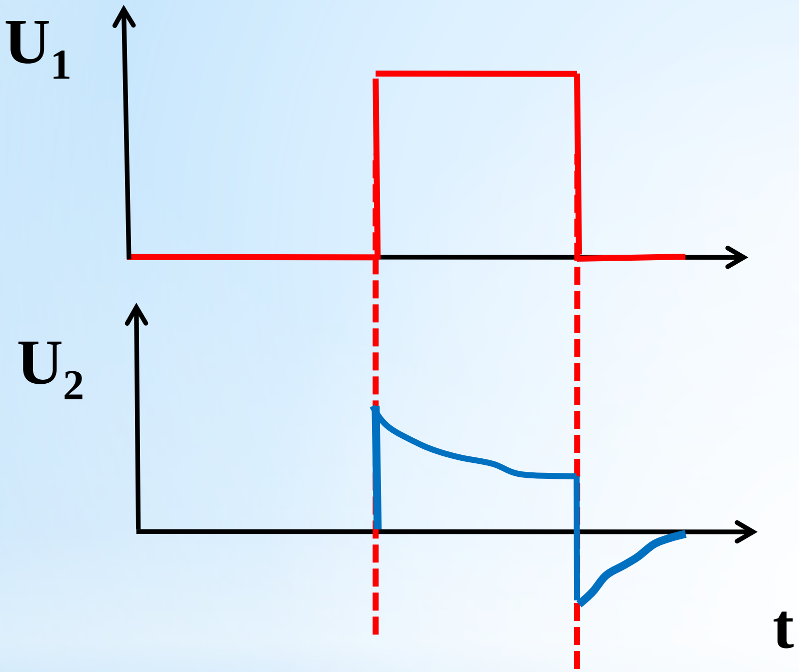
$$\frac{dU_1}{dt} = \frac{I}{C} + \frac{dU_2}{dt}, \quad I = \frac{U_2}{R}$$

$$\frac{dU_1}{dt} = \frac{U_2}{RC} + \frac{dU_2}{dt}$$

$$dla \;\; U_1 = U \rightarrow \frac{dU_1}{dt} = 0$$

$$0 = \frac{1}{RC} U_2 + \frac{dU_2}{dt}, \;\; t_0 = RC$$

$$0 = \frac{U_2}{t_0} + \frac{dU_2}{dt}$$



$$U_2 = Ue^{-\frac{t}{t_0}}$$

Dla małych RC

$$U_2 \approx RC\frac{dU_1}{dt}$$

Układ różniczkujący